

Application of HD Algorithm in Generalized II Type Fuzzy System

Dan Shi

Nanjing Yangtze River Urban Architectural Design Co., Ltd., Nanjing, Jiangsu, 210001, China

Abstract

The paper proposes a novel fast reduction algorithm for generalized type II fuzzy systems — vertex expansion algorithm (HD algorithm), which utilizes α the monotonicity of the endpoints of the plane centroid forms a top-down expansion solution process. The first part of the paper is to introduce α The monotonic property of the plane centroid, and then elaborate on the entire idea and process of the HD algorithm in detail. Secondly, the computational complexity of the HD algorithm was analyzed, and the centroid intervals obtained by the HD algorithm and the KM algorithm were compared through experiments, confirming that the HD algorithm can achieve the same computational accuracy as the KM algorithm; From the experimental results, it can also be seen that the relative error is relatively small, which can fully meet the requirements of engineering applications. Finally, through computational time testing, the HD algorithm can significantly improve execution efficiency compared to KM and EKM; At the same time, while ensuring that the HD algorithm can achieve the same accuracy results, it saves about 80% and 60% of the time.

Keywords

α plane; fuzzy control; descending; HD algorithm; fastness

HD 算法在广义 II 型模糊系统中的应用

施丹

南京长江都市建筑设计股份有限公司, 中国·江苏·南京 210001

摘要

论文针对广义 II 型模糊系统提出一种新颖的快速降型算法——顶点扩张算法 (HD 算法), 这种方法利用 α 平面质心端点的单调性, 形成一种自顶向下的扩张求解过程。论文首先是介绍一下 α 平面质心的单调属性, 再具体阐述 HD 算法的整个思路与流程。其次, 分析了 HD 算法的计算复杂度, 并通过实验进行比较 HD 算法和 KM 算法求得的质心区间, 证实了 HD 算法能够与 KM 算法取得相同的计算精度; 从实验结果还可以看出相对误差较小, 完全能够满足工程应用。最后, 通过计算时间测试, HD 算法与 KM 及 EKM 相比能够明显地提高执行效率; 同时在能够保证 HD 算法可以得到相同的精度结果的情况下, 节约 80% 及 60% 左右的时间。

关键词

α 平面; 模糊控制; 降型; HD 算法; 快速性

1 引言

由于 II 型模糊推理中涉及的计算强度大, II 型模糊逻辑系统 (T2FLS) 的应用大多倾向采用 IT2FLS——一种简化的 T2FLS^[1]。最近, 国外学者相继提出了 α 平面、Z 切片等有效的并被证明可以用于广义 II 型模糊系统 (GT2FLS) 的表示理论。论文将基于 α 平面表示理论, 针对 GT2FLS, 给出一种新颖的快速降型方法, 命名为 HD (Height Dilate) 算法。这种方法利用 α 平面质心端点的单调性, 形成一种自顶向下的扩张求解过程。近年来, α 平面^[2]、Z 切片^[3]等表示理论的出现提供了一种新的有效的降型思路。不论 α 平面

还是 Z 切片, 都是将 GT2FS 表示成多个 IT2FS 的组合。因此, 可以将 IT2FS 的 TR 方法应用到 GT2FS 上。值得注意的是 α 平面、Z 切片表示理论是非常相似的, 它们几乎是同时独立地发展起来的。论文将目光集中在 α 平面表示理论上。

2 基于 α 平面的降型算法

α 平面最早的应用, 是将 II 型模糊集合表示成所有 α -level II 型模糊集 $R_{\alpha}(x, u)$ 的组合, 针对每一个 α -level II 型模糊集 $R_{\alpha}(x, u)$ 应用 KM 迭代算法^[4]。

为了加速 KM 迭代算法的效率, 文献^[5]提出了一种增强型 KM 算法。这种算法的改进之处主要有 3 个, 首先改良了左右开关节点 L 和 R 的选择, 其次简化了更新公式, 最后收敛的判别条件也相应的改变了。

理所当然地, 如果在每个 $[C_i(\tilde{A}|\alpha), C_i(\tilde{A}|\alpha)]$ 的计算中,

【作者简介】施丹 (1992–), 女, 中国江苏南通人, 硕士, 工程师。从事工程电气研究。

都通过 EKM 代替 KM, 肯定会相应地加快算法的执行速度^[3]。

一个广义 II 型模糊集可以表示成单个的区间 II 型模糊集的组合。因此, 任何区间 II 型模糊集中的 TR 方法都可以用来计算广义 II 型模糊集的质心。Greenfield 利用采样解模糊的手段, 基于 α 平面的原理, 设计了降型算法^[6]。然而, 文献^[6]中只是给出了当前解模糊的值, 并没有说明这种方法的特性。其他类似的算法还有 Collapsing 的解模糊法以及文献^[7]中提出的 CF 算法等。

3 顶点扩张算法 (Height Dilate, HD)

论文将基于 α 平面表示理论提出一种新颖的快速降型算法—顶点扩张算法。先介绍一下 α 平面质心的单调属性, 再具体阐述 HD 方法。

3.1 α 平面的单调属性

研究单调属性时, 先要对垂直切片的形状做一个假设, 即 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 的次隶属度 $f_x(u)$ 满足以下属性:

$$f_x(u) = \begin{cases} g_x(u) & u \in [s_L(x|0), s_L(x|1)] & g_x \in [0,1] \\ 1 & u \in [s_L(x|1), s_R(x|1)] \\ h_x(u) & u \in [s_R(x|1), s_L(x|0)] & h_x \in [0,1] \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (1)$$

这里 $g_x(u)$ 和 $h_x(u)$ 在各自的论域上都是单调函数。这里的假设看上去是对次隶属度函数的限制。Ksmik 和 Mendel 在文献^[8]中已经证明, 对凸 II 型模糊集合来说, 在三角范数及其余范数分别取最小、最大算子时, 其并、交运算的结果仍然是凸的 II 型模糊集, 所以论文的算法依然是可以广泛应用的。

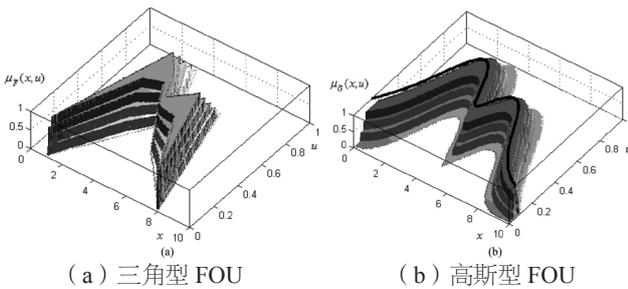


图 1 α 平面的三维表示

性质 1: α 平面的包含属性:

$$\tilde{A}_{\alpha_1} \subseteq \tilde{A}_{\alpha_2} \text{ if } \alpha_1 \geq \alpha_2 \quad (2)$$

性质 2: α 平面质心区间的包含属性:

$$C_{\tilde{A}_{\alpha_1}}(x) \subseteq C_{\tilde{A}_{\alpha_2}}(x) \text{ if } \alpha_1 \geq \alpha_2 \quad (3)$$

推论 1: α 平面质心端点的单调性:

$$\begin{aligned} C_l(\tilde{A}_{\alpha_1}) &\subseteq C_l(\tilde{A}_{\alpha_2}) \\ C_r(\tilde{A}_{\alpha_1}) &\subseteq C_r(\tilde{A}_{\alpha_2}) \end{aligned} \text{ if } \alpha_1 \geq \alpha_2 \quad (4)$$

由性质 2 显然可以推出结论, 具体的证明参考文献^[2]和文献^[9]。

3.2 HD 算法

①初始设置: TIFS 中隶属度为 1 的区间称为“核”, T2FS 中次隶属度函数 $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 同样是一个 TIFS, 所以也存在一个“核”, 即:

$$\text{core}(f_x(u)) = \{u \in J_x \mid f_x(u) = 1\} \quad (5)$$

对于三角型模糊集来说, 其核是一个单值; 对于梯形模糊集, 核是一个区间。当考虑 \tilde{A}_1 平面的次隶属度函数时, 也存在上述两种情况, 如果是一个单值则有:

$$\forall x \in X_i, \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) = \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) \quad (6)$$

如果是一个区间则满足:

$$\forall x \in X_i, \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) \neq \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) \quad (7)$$

HD 算法的初始点设置为首隶属度函数 \tilde{A}^* 的质心值, 对于上文两种情况, 概括起来其首隶属度函数为:

$$\tilde{A}^*(x) = \begin{cases} \tilde{A}_1(x) = \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) = \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) & \text{if } \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) = \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) \\ \frac{\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) + \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x|1)}{2} & \text{if } \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) \neq \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x|1) \end{cases} \quad (9)$$

因为首隶属度函数 \tilde{A}^* 是一个 T1 模糊集, 所以其可以用标准的面积中心解模糊法来求出质心:

$$C_{\tilde{A}^*} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \mu_{\tilde{A}^*}(x_i)}{\sum_{i=1}^N \mu_{\tilde{A}^*}(x_i)} \quad (10)$$

这里 N 是主变量论域的离散个数。HD 算法将 $C_{\tilde{A}^*}$ 定义为初始点, 可以证明当 α 平面 \tilde{A}_1 不退化成一条单线时 $C_{\tilde{A}^*} \neq C_{\tilde{A}_1}$, 此时 α 平面 \tilde{A}_1 的质心区间必须单独求出来。并且有下式成立:

$$C_l(\tilde{A}|\alpha) \leq C_{\tilde{A}^*} \text{ 且 } C_r(\tilde{A}|\alpha) \geq C_{\tilde{A}^*} \quad \forall \alpha \in [0,1] \quad (11)$$

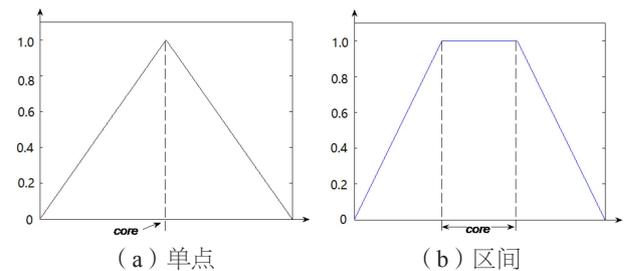


图 2 T1 模糊集合的核

②扩张过程: 假设第 t 个 α 平面 \tilde{A}_t 的质心为 $C_{\tilde{A}_t}$, 并且可以表示成 $[C_l(\tilde{A}_t|\alpha_t), C_r(\tilde{A}_t|\alpha_t)]$ 。这两个端点值是通过左右开关点 $L(\tilde{A}_t|\alpha_t)$ 和 $R(\tilde{A}_t|\alpha_t)$ 计算而来。考虑质心区间的单调属性, 可以将它作为初始开关点来估算 $[C_l(\tilde{A}_t|\alpha_{t-1}), C_r(\tilde{A}_t|\alpha_{t-1})]$ 的值, 即:

$$C_l(\tilde{A}_t|\alpha_{t-1}) = \frac{\sum_{i=1}^L x_i \bar{\mu}_{\tilde{A}_t}(x_i|\alpha_{t-1}) + \sum_{i=L+1}^N x_i \mu_{\tilde{A}_t}(x_i|\alpha_{t-1})}{\sum_{i=1}^L \bar{\mu}_{\tilde{A}_t}(x_i|\alpha_{t-1}) + \sum_{i=L+1}^N \mu_{\tilde{A}_t}(x_i|\alpha_{t-1})} \quad (12)$$

$$C_r(\tilde{A}_t|\alpha_{t-1}) = \frac{\sum_{i=1}^{\tilde{R}} x_i \mu_{\tilde{A}_t}(x_i|\alpha_{t-1}) + \sum_{i=\tilde{R}+1}^N x_i \bar{\mu}_{\tilde{A}_t}(x_i|\alpha_{t-1})}{\sum_{i=1}^{\tilde{R}} \mu_{\tilde{A}_t}(x_i|\alpha_{t-1}) + \sum_{i=\tilde{R}+1}^N \bar{\mu}_{\tilde{A}_t}(x_i|\alpha_{t-1})} \quad (13)$$

式 (12) 和 (13) 中的 \hat{L} 和 \hat{R} 即初始估算的开关点, (12) 和 (13) 两式的分子、分母分别记为: $NUM_{1,\hat{L}}$ 、 $DEN_{1,\hat{L}}$ 、 $NUM_{2,\hat{L}}$ 、 $DEN_{2,\hat{L}}$, HD 算法利用下面四个更新式子来估算相邻 α 平面的质心:

$$NUM_{1,\hat{L}-1} = NUM_{1,\hat{L}} - x_L(\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1}) - \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1})) \quad (14)$$

$$DEN_{1,\hat{L}-1} = DEN_{1,\hat{L}} - \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1}) + \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1}) \quad (15)$$

$$NUM_{2,\hat{L}-1} = NUM_{2,\hat{L}} - x_R(\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_R | \alpha_{t-1}) - \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_R | \alpha_{t-1})) \quad (16)$$

$$DEN_{2,\hat{L}-1} = DEN_{2,\hat{L}} - \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_R | \alpha_{t-1}) + \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_R | \alpha_{t-1}) \quad (17)$$

上面四个式子的证明是非常类似的, 这里只给出式 (14) 的证明。

证明:

$$\begin{aligned} NUM_{1,\hat{L}-1} &= \sum_{i=1}^{\hat{L}-1} x_i \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_i | \alpha_{t-1}) + \sum_{i=\hat{L}}^N x_i \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_i | \alpha_{t-1}) \\ &= \sum_{i=1}^{\hat{L}-1} x_i \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_i | \alpha_{t-1}) + x_L \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1}) - x_L \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1}) \\ &\quad + \sum_{i=\hat{L}}^N x_i \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_i | \alpha_{t-1}) + x_L \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1}) - x_L \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1}) \end{aligned} \quad (18)$$

式 (18) 式进一步可以简化为:

$$NUM_{1,\hat{L}-1} = \sum_{i=1}^{\hat{L}-1} x_i \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_i | \alpha_{t-1}) + \sum_{i=\hat{L}}^N x_i \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_i | \alpha_{t-1}) - x_L \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1}) - x_L \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_L | \alpha_{t-1}) \quad (19)$$

$$NUM_{1,\hat{L}} = \sum_{i=1}^{\hat{L}} x_i \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_i | \alpha_{t-1}) + \sum_{i=\hat{L}+1}^N x_i \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_i | \alpha_{t-1}) \quad (20)$$

将式 (20) 代入 (19) 即可得到 (14) 式。

③由上面总结 HD 算法的具体步骤如下:

输入: 一个 GT2FS \tilde{A} , α 离散数量为 $k \geq 2$, 主变量离散为 N 个点。

输出: 最终得到 $C_{\tilde{A}}(x) = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha / [C_l(\tilde{A} | \alpha), C_r(\tilde{A} | \alpha)]$ 。

Step1: 通过式 (10) 计算出首隶属度函数 \tilde{A}^* 的质心 $C_{\tilde{A}^*}$ 。

Step2: 初始开关点设置如下:

$$\hat{L} = \text{Ceil}(C_{\tilde{A}^*}) \quad \hat{R} = \text{Floor}(C_{\tilde{A}^*}) \quad (21)$$

Ceil 和 Floor 分别是向上、向下取整函数。

Step3: 对于全部 k 个 α 平面, 从 \tilde{A}_0 开始执行以下过程:

Step3.1: 通过 \hat{L} 和 \hat{R} 计算出初始估算的质心值 $[\hat{C}_l(\tilde{A} | \alpha_{t-1}), \hat{C}_r(\tilde{A} | \alpha_{t-1})]$ 以及存储 $NUM_{1,\hat{L}}$ 、 $DEN_{1,\hat{L}}$ 、 $NUM_{2,\hat{L}}$ 、 $DEN_{2,\hat{L}}$ 的值。

Step3.2: 通过更新公式 (14) 和 (15) 计算出相邻 α 平面质心的左值, 即:

$$C'_l = \frac{NUM_{1,\hat{L}-1}}{DEN_{1,\hat{L}-1}} \quad (22)$$

Step3.3: 如果 $C'_l < \hat{C}_l(\tilde{A} | \alpha_{t-1})$, 令 $C_l(\tilde{A} | \alpha_{t-1}) = C'_l$, 并且令 $\hat{L} = \hat{L} - 1$, 回到 Step 3.2 继续执行, 否则结束得到左端点值: $C_l(\tilde{A} | \alpha_{t-1}) = \hat{C}_l(\tilde{A} | \alpha_{t-1})$ 并且进入下一步执行。

Step3.4: 通过更新公式 (16) 和 (17) 计算出相邻 α 平面质心的右值, 即:

$$C'_r = \frac{NUM_{2,\hat{R}+1}}{DEN_{2,\hat{R}+1}} \quad (23)$$

Step3.5: 如果 $C'_r > \hat{C}_r(\tilde{A} | \alpha)$, 令 $C_r(\tilde{A} | \alpha) = C'_r$, 并且令 $\hat{R} = \hat{R} + 1$, 回到 Step3.4 继续执行, 否则结束得到右端点值: $C_r(\tilde{A} | \alpha_{t-1}) = \hat{C}_r(\tilde{A} | \alpha_{t-1})$ 并且回到 Step3 的开头, 计算下一个 α 平面的质心区间端点值。

3.3 HD 算法的计算复杂度分析

首先主隶属度函数及其质心的计算需要执行 $2N$ 步计算。

其次迭代的主体, 对于全部 k 个 α 平面, 每次迭代都要计算一次 $NUM_{1,\hat{L}}$ 、 $DEN_{1,\hat{L}}$ 、 $NUM_{2,\hat{L}}$ 、 $DEN_{2,\hat{L}}$ 的值。这个过程执行 $k \times 2N$ 步。上文已提及, HD 算法中左右开关点最多迭代次数之和为 N 。对于每个求得的质心区间结果的存储需要执行 k 步。概括起来: HD 算法的执行复杂度可以用下式表示:

$$O(2N + k \times 2N + k + N) \quad (24)$$

因为 $k \geq 2$, 进一步可以简化为:

$$O(Nk + \max(k, N)) \quad (25)$$

文献^[2]已经给出 KM 及 EKM 算法的计算复杂度为 $O(Nnk)$, n 为平均迭代的次数, 可以看出执行 HD 算法通常需要的计算量更少。

4 实验结果比较

下面将 HD 算法与 KM 及 EKM 算法进行比较分析, 包括计算精度及计算效率两个方面。

广义 II 模糊集的选择如下:

①选择 3 种图形作为本次实验 GT2FS 的 FOU, 分别是高斯型 (G)、三角型 (T) 和梯形 (TRA)。

高斯型 GT2FS \tilde{G} 的上下隶属度可用以下两式表示:

$$\bar{\mu}_{\tilde{G}}(x) = \max \left\{ \exp \left[-\frac{(x-3)^2}{8} \right], \exp \left[-\frac{(x-6)^2}{8} \right] \right\} \quad (26)$$

$$\underline{\mu}_{\tilde{G}}(x) = \max \left\{ 0.5 \exp \left[-\frac{(x-3)^2}{2} \right], 0.4 \exp \left[-\frac{(x-6)^2}{2} \right] \right\} \quad (27)$$

三角型 \tilde{T} 的 UMF 和 LMF 表示如下:

$$\bar{\mu}_{\tilde{T}}(x) = \text{ma} \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (x-1), x \in (1,3) \\ (7-x)/4, x \in (3,7) \\ 0, x \notin (1,7) \end{array} \right], \left[\begin{array}{l} (x-2)/5, x \in (2,6) \\ (16-2x)/5, x \in (6,8) \\ 0, x \notin (2,8) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (28)$$

$$\underline{\mu}_{\tilde{T}}(x) = \text{ma} \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (x-1)/6, x \in (1,4) \\ (7-x)/6, x \in (4,7) \\ 0, x \notin (1,7) \end{array} \right], \left[\begin{array}{l} (x-3)/6, x \in (3,5) \\ (8-x)/9, x \in (5,8) \\ 0, x \notin (3,8) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (29)$$

梯形 $\tilde{T}ra$ 的 FOU 边界表示为:

$$\bar{\mu}_{\tilde{T}ra}(x) = \begin{cases} (x-3.59)/1.16, & x \in (3.59, 4.75) \\ 1, & x \in (4.75, 5.50) \\ (6.91-x)/1.41, & x \in (5.50, 6.91) \\ 0, & x \notin (3.59, 6.91) \end{cases} \quad (30)$$

$$\underline{\mu}_{\tilde{T}ra}(x) = \begin{cases} 0.27 \times (x-4.86)/0.17, & x \in (4.86, 5.03) \\ 0.27 \times 1, & x = 5.03 \\ 0.27 \times (5.14-x)/0.11, & x \notin (4.86, 5.14) \end{cases} \quad (31)$$

②次隶属度函数的选择包括三角型、梯型两种情况。

三角型的次隶属度函数的顶点可以表示为:

$$apex = \underline{\mu}(x) + w(\bar{\mu}(x) - \underline{\mu}(x)) \quad (32)$$

梯型的上下顶点可以表示为:

$$L = \underline{\mu}(x) + 0.6w(\bar{\mu}(x) - \underline{\mu}(x)) \quad (33)$$

$$R = \bar{\mu}(x) - 0.6(1-w)(\bar{\mu}(x) - \underline{\mu}(x)) \quad (34)$$

其中 w 是由 Matlab 产生的随机数。

这样,对于每个 GT2FS 有三种形状的 FOU,两种形状的次隶属度函数,本次实验中实验对象的总数为 $3 \times 2 = 6$ 。所有这 6 个不同的组合依次记为: \tilde{E}_1 、 \tilde{E}_2 、 \tilde{E}_3 、 \tilde{E}_4 、 \tilde{E}_5 、 \tilde{E}_6 。表 1 是 6 个测试用 GT2FS 对应的 FOU 及次隶属度函数形状。

表 1 本次实验的 6 个 GT2FS 的形状

	\tilde{E}_1	\tilde{E}_2	\tilde{E}_3	\tilde{E}_4	\tilde{E}_5	\tilde{E}_6
FOU	高斯型	高斯型	三角型	三角型	梯型	梯型
次隶属度函数	三角型	梯型	三角型	梯型	三角型	梯型

5 精确度测试

为了进一步阐释第二点结论,以 KM (或 EKM) 算法所求得质心值为标准,表 2 给出了实验测得的 HD 算法的相对误差百分比的绝对值。表中任意一个 \tilde{E} 、 k 组合对应的结果的上下栏分别对应 $w=0.3$ 、 $w=0.8$ 的两种情况。从表中数据可以看出相对误差最大值 $< 0.22\%$, 完全能够满足工程应用。

表 2 HD 算法的相对误差百分比

	k=6	k=21	k=51
\tilde{E}_1	0.12534	0.14080	0.14601
	0.18280	0.20443	0.21180
\tilde{E}_2	0.00703	0.02227	0.02769
	0.13241	0.15476	0.16281
\tilde{E}_3	0.00615	0.00742	0.00776
	0.00244	0.00223	0.00229
\tilde{E}_4	0.04762	0.05175	0.05316
	0.02841	0.03136	0.03234
\tilde{E}_5	0.16664	0.18652	0.19404
	0.03068	0.03633	0.03808
\tilde{E}_6	0.02832	0.04028	0.04536
	0.05685	0.06617	0.05990

6 计算时间测试

很难用一种线性或者非线性函数来表示三种算法的计算时间,因为对于具有不同的 FOU 及次隶属度函数的 GT2FS 来说,不论 α 平面数量 k 的选择,还是迭代次数的具体值都是不确定的,但是可以用式 (25) 来进行定性的分析。HD 算法与 KM 及 EKM 相比能够明显地提高执行效率,如果以 KM 及 EKM 为标准,可以给出 HD 算法相对于 KM 及 EKM 算法的减少时间百分比。

表 3 给出了 $w=0.3$ 时,其中四个典型点的减少时间百分比。表中任意一个 \tilde{E} 、 k 组合对应的结果的上下栏分别对应 KM 及 EKM 的两种情况。从表 3 中的数据可以得出:论文提出的 HD 算法在执行时间上有一定的节约,分别为 80% 和 60% 左右。

表 3 HD 算法的减少时间百分比

	k=6	k=21	k=51
\tilde{E}_1	81.602	82.191	80.187
	67.567	65.943	62.812
\tilde{E}_2	87.278	84.659	82.825
	64.939	71.754	67.311
\tilde{E}_3	83.277	81.161	80.908
	67.538	67.530	63.915
\tilde{E}_4	86.296	84.607	84.121
	77.573	69.869	63.892
\tilde{E}_5	85.270	84.498	83.081
	82.850	69.951	65.546
\tilde{E}_6	87.645	86.972	85.860
	76.253	72.926	64.327

7 结语

论文针对广义 II 型模糊系统提出一种新颖的快速降型算法——顶点扩张算法 (HD 算法),通过实验进行比较 HD 算法和 KM 算法求得的质心区间,证实了 HD 算法能够与 KM 算法取得相同的计算精度;从实验结果还可以看出相对误差较小,完全能够满足工程应用。通过计算时间测试,HD 算法与 KM 及 EKM 相比能够明显地提高执行效率;同时在能够保证 HD 算法可以得到相同的精度结果的情况下,节约 80% 及 60% 左右的时间。

参考文献

- [1] 潘永平,黄道平,孙宗海. II 型模糊控制综述[J].控制理论与应用, 2011,28(1):13-23.
- [2] Liu F. An efficient centroid type-reduction strategy for general type-2 fuzzy logic system[J]. Information Sciences, 2008,178(9):2224-2236.
- [3] Wagner C, Hagrais H. Toward general type-2 fuzzy logic systems based on zsllices[J]. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, 2010,18(4): 637-660.
- [4] Mendel J M. Comments on α -plane representation for type-2

- fuzzy sets: theory and applications[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2010,18(1):229-230.
- [5] Wu D, Mendel J M. Enhanced Karnik--Mendel Algorithms[J]. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, 2009,17(4):923-934.
- [6] Greenfield S, Chiclana F, Coupland S. Type-2 defuzzification: two contrasting approaches[C]//Fuzzy Systems (FUZZ), 2010 IEEE International Conference on. IEEE, 2010: 1-7.
- [7] Zhai D, Mendel J M. Computing the centroid of a general type-2 fuzzy set by means of the centroid-flow algorithm[J]. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, 2011,19(3):401-422.
- [8] Li W. Design of a hybrid fuzzy logic proportional plus conventional integral derivative controller[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1998(6):449-463.
- [9] Mendel J M, Liu F, Zhai D. α -plane representation for type-2 fuzzy sets: theory and applications[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2009,17(5):1189-1207.