

Analysis of Elementary Mathematics

Rui Yang

Zhashui County Experimental Primary School, Shangluo City, Shaanxi Province, Shangluo, Shaanxi, 711400, China

Abstract

Mathematics and graphics are inseparable, number and shape always have inextricably linked, mutual gestation, mutual achievement. The combination of numbers and shapes into concrete greatly expands the idea of problem solving, optimizes the problem solving method and improves the understanding ability; the combination of numbers and shapes reveals the internal law of the problem, which stimulates the curiosity and creativity of students and cultivates innovative thinking in observation, thinking and discovery; it enhances the internal connection of knowledge and builds a complete knowledge network. In primary school mathematics teaching, the combination of numbers and shapes is widely used. It is not only an important mathematical thought, but also a common mathematical method. Understanding the combination of a primary school student is one of the necessary abilities.

Keywords

number and shape combination; typical examples analysis; summary

小学数学数形结合典例分析

杨瑞

陕西省商洛市柞水县实验小学, 中国·陕西 商洛 711400

摘要

数学和图形密不可分, 数与形始终有着千丝万缕的关系, 相互孕育, 相互成就。数形结合化抽象为具体, 大大拓宽了解题思路, 优化了解题方法, 提升了理解能力; 数形结合助力问题解决, 优化解题策略; 数形结合揭示问题内在规律, 通过图形来探索规律的方式, 能激发学生的好奇心和创造力, 让他们在观察、思考和发现中培养创新思维; 数形结合增强知识内在联系, 构建完整的知识网络。在小学数学教学中数形结合被广泛应用, 他既是一种重要数学思想, 又是一种常用数学方法。了解数形结合思想和方法是一个小学生必备的能力之一。

关键词

数形结合; 典例分析; 总结

1 引言

数形结合是一种重要的数学思想方法。从字面上看, “数”主要是指指数、数量关系、代数式、方程、函数等数学中用数字和符号表达的内容; “形”主要是指几何图形, 如点、线、面、体, 以及图形的位置关系、几何变换等直观的形状相关内容。

数形结合就是把抽象的数学语言、数量关系与直观的几何图形、位置关系结合起来。通过“以形助数”, 可以使抽象的数学概念、复杂的数量关系用直观的图形形象地表示出来, 让人们更容易理解它们的本质。例如, 用数轴上的点来表示实数, 用图形来展示函数的变化趋势等。同时, 也可以“以数解形”, 即借助代数的计算方法、数量关系来精确地研究几何图形的性质, 像利用边长的数值计算几何图形的周长、面积, 通过坐标来研究图形的位置关系和变换规律等^[1]。

【作者简介】杨瑞(2003-), 男, 中国陕西商洛人, 在读本科生, 从事小学数学研究。

数形结合思想核心是“数”与“形”相结合, 然后通过数形相互转化来解决数学问题。数形结合把数转化为形, 方便理解; 把形转化为数, 方便计算; 通过作图或作辅助线等方法, 把题中的数量关系直观地表示出来, 大大提高了学生分析问题解决问题的能力, 从而达到了解决问题的目的。下面分析几例数形结合题, 一共商榷^[2]。

2 数形结合, 巧解加减乘除运算题

【典例1】小王同学有一次在学校操场上体育课, 排队时小王面有5人, 后面有3人, 这队一共有几人?

【分析】这种问题可以通过画图来直观理解。列出算式计算: $5+1+3=9$ 。

【典例2】小李同学家里水果盘里共有6个苹果, 小李拿走了3个, 还剩几个苹果?

【分析】用图形画出6个苹果, 划掉3个, 就能直观地看出剩下3个。

列出算式计算: $6-3=3$ 。

【典例3】小东的妈妈种了6行西红柿, 每行种了4棵,

一共有多少个棵?

【分析】画图能清晰地看出是6个4相加,列出算式计算: $6 \times 4 = 24$ 。

【典例4】把15个橘子平均分给5个人,每人几个橘子?

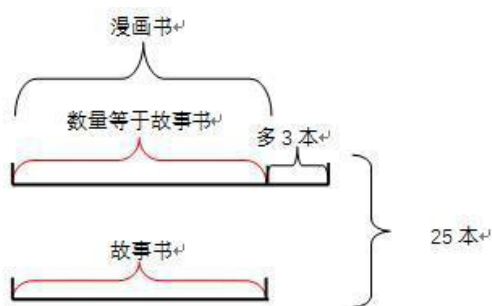
【分析】通过画图把15个橘子分成5份,可直观得到每份3个。列出算式: $15 \div 5 = 3$ 。

【总结】用简单的图形分析小学数学应用题,直观明了,方便列式计算。

3 数形结合,巧解差倍问题

【典例】李东买了25本书,其中故事书比漫画书少3本。故事书和漫画书各有多少本?

【分析】本题知道总书数是25本,漫画书和故事书相差3本。那么总书数减去3本就是剩下的图书,剩下的图书就是故事书的2倍。可以借助下面的线段图来理解。



从上图可以看出,如果从25本中减去3本,剩下的书的数量正好是故事书的2倍,所以列如下算式:

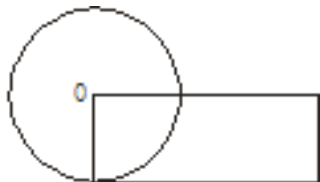
求差可得剩下的图书数量: $25 - 3 = 22$ 本,倍除可得故事书数量: $22 \div 2 = 11$ 本,求和可得漫画书数量: $11 + 3 = 14$ 本,故漫画书有14本,故事书有11本。

结论:此题是差倍问题,“差”体现在 $25 - 3 = 22$ 上;剩下的22本正好是故事书2倍,即所得之差是故事书2倍,这就是差倍问题的直观理解。

【总结】差倍问题解题关键是画图,图形直观,然后借助图示求出差,再通过观察找准倍数关系,最后根据题意列式计算。

4 数形结合,巧解面积周长问题

【典例】如图圆的面积等于长方形的面积,如果圆的周长是18.84厘米,那么长方形的周长是多少厘米?



【分析】根据公式:圆的周长 $= 2\pi r$,圆的周长是18.84厘米,计算可得 $r = 18.84 \div 2 \div 3.14 = 3$ (厘米);根据公式:圆的面积 $= \pi r^2$,长方形的面积 $= \text{长} \times \text{宽}$,已知圆的面

积等于长方形的面积,因此得到长 $\times \text{宽} = \pi r^2$,由图可知长方形的宽等于圆的半径,故长方形的长 $= \pi r$,即圆的周长 $= 2 \times \text{长方形的长}$ 。根据公式长方形的周长 $= \text{长方形的长} \times 2 + \text{长方形的宽} \times 2$,由此可得到长方形的周长等于圆的周长加上两条半径。列式计算:长方形的周长 $= 18.84 + 2 \times 3 = 24.84$ (厘米)。

【总结】面积周长问题关键是灵活运用面积公式和周长公式。

5 数形结合,证明数学定理

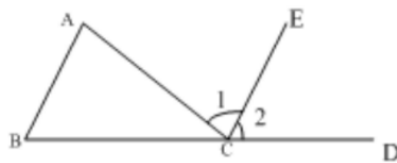
【典例】证明三角形的内角和等于 180°

【分析】

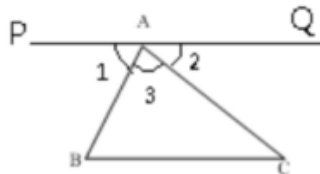
①剪拼法。

三角形的三个内角分别用剪刀剪开,拼在一起,拼成了一个平角,平角是 180° ,证明三角形的内角和等于 180° 。这种证明方法既直观又简单,一目了然,通过动手操作既体验了知识的生成过程,又提高了学生的学习兴趣和

学习效果,还增强了学生对知识的可信度。
②作平行线法。
方法一:证明三角形内角和等于 180° 。



(图1)



(图2)

(1) 延长BC到D(线段可以延长)(图1)

(2) 过C点作 $CE \parallel AB$ 。(过直线外一点可以作已知直线的平行线)

(3) $\because \angle 1 = \angle A$ (两直线平行,内错角相等)
 $\angle 2 = \angle B$ (两直线平行,同位角相等)

$\angle ACB = \angle ACB$ (同角相等)

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle ACB = \angle A + \angle B + \angle ACB$ (等量代换)

(4) $\because \angle 1 + \angle 2 + \angle ACB = 180^\circ$ (平角的度数 180°)

$\therefore \angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ (等量代换)故三角形内角和等于 180°

方法二:证明三角形内角和等于 180° 。

(1) 过点 A 作 $PQ \parallel BC$ (图 2)

(2) $\because \angle 1 = \angle B$ (两直线平行, 内错角相等)
 $\angle 2 = \angle C$ (两直线平行, 内错角相等)

$\angle 3 = \angle BAC$ (同角相等)

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle B + \angle C + \angle BAC$ (等量代换)

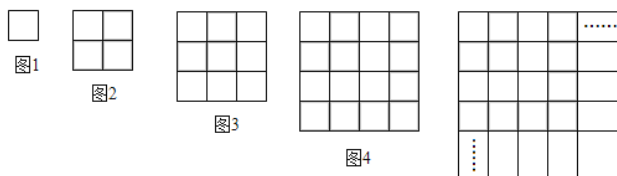
(3) $\because \angle 3 + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (平角定义)

$\therefore \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (等量代换) 故三角形内角和等于 180°

【总结】运用数学结合思想证明数学定理既简单又明了, 易理解, 易接受。

6 数形结合, 解决数列求和问题。

【典例】观察下图, 可知图 1 中有 1 个小正方形; 图 2 中有 4 个小正方形, 图 3 中有 9 个小正方形, 图 4 中有 16 个小正方形……



(1) 分析上述图形变化规律, 求第 n 个图形中有多少个小正方形?

(2) 计算: $1+3+5+7+\cdots+99=?$

【分析】(1) 观察上图发现图中小正方形的个数是大正方形每一边小正方形数目的平方, 图 1 中正方形个数是 1, 图 2 中每一边有 2 个小正方形数, 共有 4 个小正方形, 即 $1+3=4=2^2$ 个; 图 3 中每一边有 3 个小正方形数, 共有 9 个小正方形, 即 $1+3+5=9=3^2$ 个; 图 4 中每一边有 4 个小正方形数, 共有 16 个小正方形, 即 $1+3+5+7=16=4^2$ 个; 根据这种变化规律可知: 第 n 个图形中每一边有 n 个小正方形数, 小正方形的个数为 n^2 , 即:

$$1+3+5+7+\cdots+(2n-1)=n^2 \text{ 个}.$$

(2) 求 $1+3+5+7+\cdots+99$ 的和, 就是 (1) 中第 50 个图形中有小正方形的个数, 即:

$$1+3+5+7+\cdots+99=50^2=2500$$

【总结】求 $1+3+5+7+\cdots+99$ 的和就是把数转化为形便于理解计算, $50 \times 50 = 50^2 = 2500$, 求第 n 个图形中有多少个小正方形, 就是把形转化为数, 即 $1+3+5+7+\cdots+(2n-1)=n^2$ 。

7 数形结合, 认识分数的含义

【典例】简述分数概念的理解。

【分析】小学生已经有了整数的概念, 知道整数 1 表示 1 个单位, 如果把一个圆平均分成两份就是两个半圆, 一个圆用 1 来表示, 两个半圆也是 1, 那么半圆用多少来表示? 半圆是一个圆中 2 个半圆的一份, 表示为 $1/2$, 把一个圆分成 4 份, 那么 1 份就是 $1/4$, 把一个圆分成 8 份, 那么

1 份就是 $1/8$, 以此类推, 把一个圆分成 n 份, 那么 1 份就是 $1/n$ 。我们把 $1/2$ 、 $1/4$ 、 $1/8$ 、 $1/n$ 等数值称为分数。也可以用分割正方形的方法为例理解分数的含义, 把一个正方形平均分成两份, 一份就是 $1/2$, 再把 $1/2$ 分成 2 份, 其中 1 份就是 $1/4$, 再把 $1/4$ 分成 2 份, 其中 1 份就是 $1/8$, 以此类推, 把一个正方形平均分成 n 等份, 那么 1 份就是 $1/n$ 。

【总结】把单位“1”平均分成若干份, 表示这样的一份或几份的数叫分数。

综上所述, 数形结合方法主要有三种: 一是以形助数, 当遇到抽象的数字或者算式, 可以把它们转化为图形。例如在学习加减法时, 用小棒或者图形 (如圆形、三角形) 来表示数字, 加法就相当于把图形组合在一起, 减法相当于从一堆图形中拿走几个。对于乘法, 可以用方阵或者排列整齐的图形组来表示, 如 3×4 可以画 3 行 4 列的点, 通过数点的个数就能理解乘法的意义。辅助理解数的规律: 当探索数列规律时, 比如斐波那契数列 (1、1、2、3、5、8……), 可以通过画线段的长度来表示每个数字, 观察线段长度的变化规律, 从而理解数列的规律。也可以利用图形来理解数字的大小比较, 如用数轴将数字标注出来, 通过位置关系直观地判断数字的大小。二是以数解形, 在几何问题中, 用数字来精确描述图形的特征。比如计算三角形的面积, 用公式 $S = 1/2ah$ (a 是底边长, h 是高), 通过测量底和高的数值, 代入公式就能精确计算出面积。对于圆, 用圆周率 π 以及半径 r 来表示周长 ($C = 2\pi r$) 和面积 ($S = \pi r^2$), 这就是用数字和公式来量化几何图形的属性。在图形的平移、旋转、缩放等变换中, 通过数字来记录和分析变化。例如图形平移了几个单位, 旋转了多少度, 缩放的比例是多少等, 利用坐标 (在平面直角坐标系中) 和数字比例可以准确地描述这些变换, 帮助我们更好地理解图形在变换前后的关系。三是数形转换, 在数与形之间建立有效的联系, 当用形来解决数的问题陷入困境时, 尝试将形的问题转化为数的问题来解决, 反之亦然。例如在求不规则图形面积时, 先用图形分割、拼接的直观方式尝试解决。

数形结合是借助于形象图形的直观性来阐明精确数值之间的联系, 又借助于数值的精确性来阐明形的属性。数形结合把抽象的数学语言、数量关系与直观的几何图形、位置关系结合起来, 通过抽象思维与形象思维的结合, 使复杂问题简单化, 抽象问题具体化。数形结合是解决数学问题的一种常见方法, 这种方法使很多问题迎刃而解, 方便简捷^[3]。

参考文献

- [1] 百度百科资料[Z].
- [2] 徐国央. 数形结合思想在数学解题中的应用[J]. 宁波教育学院学报, 2009(1).
- [3] 罗春果. 浅析数形结合在小学数学教学中的有效应用[J]. 国家通用语言文字教学与研究, 2021.