

Junior high school mathematics teaching case---Use the “corners” to determine the triangle equality

Yanni Wang

Xi'an Fenghuangcheng Junior High School, Xi'an, Shaanxi, 710016, China

Abstract

In the field of mathematics geometry teaching in junior high school, the triangle full equal judgment is the core knowledge plate, and the “corner” (SAS) law is the most important. Based on the teaching line, this study deeply analyzes the teaching process of using “SAS” to determine the triangle integrity. Introduce the topic by creating students' practical situation, stimulate the interest in learning; design progressive inquiry activities, guide students to operate independently, cooperate and communicate, and experience the thinking journey from conjecture to verifying the “SAS” conditions. Collect and analyze classroom feedback data, homework and test results found that strengthen the practice of the judgment method training, can significantly improve the accuracy of geometric geometry and logic, help build the rigorous spatial thinking system, for subsequent complex geometry learning build a foundation, the junior high school mathematics teaching method optimization has practical reference significance.

Keywords

triangle equality; SAS; inquiry activity

初中数学教学案例——利用“边角边”判定三角形全等

王艳妮

西安凤凰城初级中学, 中国·陕西 西安 710016

摘要

在初中数学几何教学领域, 三角形全等判定是核心知识板块, “边角边”(SAS)法则更是重中之重。本研究立足教学一线, 深入剖析利用“SAS”判定三角形全等的教学过程。通过创设贴合学生生活实际的情境引入课题, 激发学习兴趣; 设计层层递进的探究活动, 引导学生自主操作、合作交流, 亲身体验从猜想到验证“SAS”条件的思维旅程。收集并分析课堂反馈数据、课后作业及测验结果发现, 强化该判定方法的实践应用训练, 能显著提升学生几何证明的准确性与逻辑性, 助力其构建严谨的空间思维体系, 为后续复杂几何学习筑牢根基, 对初中数学教学方法优化具有切实的参考意义。

关键词

三角形全等; SAS; 探究活动

1 案例实施背景

本节课是2022学年度第二学期在陕西师范大学骨干
干部教师培训课上的一节示范课, 学生的水平参差不齐,
所使用的教材为北师大版教科书七年级下册数学。

2 案例主题分析与设计

2.1 课标解读

《数学课程标准》指出会用数学的眼光观察现实世界;
会用数学的思维思考现实世界: 在对探索全等三角的条件
中, 学会控制变量和分类讨论的数学思维; 会用数学的语言
表达现实世界: 通过利用“边角边”判定三角形全等的学习,
学生在经历猜想、验证、归纳的学习过程中, 从中让学生体

会到了数学归纳的数学思想方法, 逐步养成用数学思维表达
世界的习惯, 感悟数据的意义与价值。

2.2 教材解析

“探索三角形全等的条件”是北师大版七年级下册第
四章内容, 本章内容是培养学生数学逻辑思维能力和推理能
力的重要内容, 在初中学习几何中起着承上启下的作用。本
节课根据语言描述画出相应的图形, 分析图形的性质, 能通
过简单的归纳或类比, 猜想或发现一些初步的结论, 推理意
识有助于养成有条理的思维习惯, 增强交流能力, 是形成推
理思维能力的经验基础, 同时几何推理能力有助于逐步养成
重论据, 合乎逻辑的思维习惯, 形成实施求是的科学态度与
理性意识;

教学目标设置: 通过学生小组合作, 分组设置, 分组
画图, 小组得出“SAS”, 旨在让学生经历探索三角形全等
条件的过程, 体会分析问题的方法, 积累数学活动的经验;

【作者简介】王艳妮(1988-), 女, 中国陕西西安人, 硕
士, 一级教师, 从事初中数学研究。

掌握“边角边”这一三角形全等的识别方法，并能利用这些条件判别两个三角形是否全等，解决一些简单的实际问题；同时让学生能够体会结论的客观真实性，感受数学与现实生活的密切联系，增强学生的数学应用意识，初步培养学生依据已知结论分析问题、解决问题的习惯。

案例教学重难点：确立了以“探究全等三角形的必要条件的个数及探究边角边这一识别方法作为教学的重点，而将其发现过程以及边边角的辨析作为教学的难点。

采用让学生动手操作、合作探究、媒体演示的方式、渗透分类讨论的数学思想方法以及一题多变教学来突出重点、突破难点。

案例教学用具：教具：三角板、纸片、多媒体课件；学具：三角尺、量角器、剪刀。

2.3 学情分析

学生在知识技能基础认识上：学生比较熟悉三角形，会明确找出边余角，利用类比的思想，在前面已学过的探索三角形全等的条件：SSS、ASA、AAS。能够根据本节课给的已知数据画出满足条件的三角形，并建立了分析的能力。在活动经验过程中，学生经历了画图、猜想、推理验证，同时也具备了小组合作交流的能力。

3 案例教学过程

3.1 创设情境，设疑激思

师：同学们知道有哪些方法判定三角形全等？

生：边边边 角边角 角角边

师：其中两角一边分析：两角及其夹边、两角及一角的对边。

师：根据探索三角形全等的条件，至少需要三个条件，除了上述三种情况外，还有别的方法来判定三角形全等吗？

生：两边一角

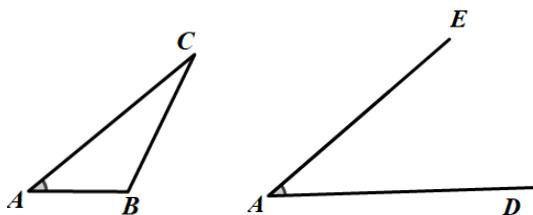
师：若已知一个三角形的两边及一角，有几种情况？

生：两边及其夹角；两边及其一边的对角

【设计意图】通过问题串的设置，目的渗透分类讨论思想、类比思想，能够较好的调动学生的积极性，激起学生探究学习的欲望，为下一个教学环节做好铺垫。

3.2 合作探究

探究活动一：分别画出满足条件的三角形。



动手操作：按要求画一个三角形：以2.5cm, 3.5cm为边，以2.5cm的边所对的角为40°。

小组合作：学生自己动手画图，并用剪刀剪下来，与

组内其他人员进行对比，观察所画的三角形是否重合。

师：你们所画的三角形经过叠合，三角形是否全等呢？

生：不一定全等。

师：你们能否得出什么结论呢？

生：两边及其一边所对的角对应相等，两个三角形不一定全等

师：那我们可以通过几何画板展示下，两边及其一边所对的角对应相等，两个三角形不一定全等，再次验证了我们的猜想。

【设计意图】通过小组合作交流，观察、对比、猜想、验证、归纳得出结论，整个教学过程激发了学生对未知问题的乐趣，让学生有意识地培养他们自主探究的能力；再利用多媒体展示，突破了传统的教学，使知识呈现的更加直观，易于学生整体感知。

探究活动二：

请分别画出满足以下三个条件的三角形：

(1) 边长分别为25cm, 30cm, 两边夹角为70°；

(2) 边长分别为10cm, 15cm, 两边夹角为90°；

(3) 边长分别为12cm, 15cm, 两边夹角为100°。

以小组为单位，学生自己画图，剪下来并与组内同学进行交流，比较并得出结论。

师：任选一组数据，小组内同学画的三角形是否全等呢？

生：全等

师：你们能否得出结论吗？

生：两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等，简称“边角边”或“SAS”。

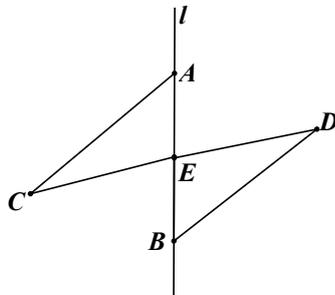
【设计意图】数学的本质就是经验活动的教学，选取这三个主要从锐角、直角、钝角三角形出发，学生分组合作并进行交流、展示、讲解，让学生主要体会特殊-一般的思想，并得出结论。

师：请写出“边角边”判定三角形全等的几何符号语言。

生：学生黑板上完善过程。

3.3 巩固新知 --SAS 的应用

例1：如图，点A, E, B在直线上，CD与AB交于点E，E分别是AB、CD的中点。试说明：∠C=∠D。



生：先思考

师：要得出角，需要哪些方法？

生：两直线平行、全等三角形的性质等。

生：甲学生分析，师出示对应课件。

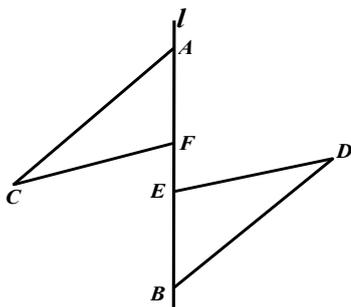
师：强调过程、总结方法，这里隐含角---对顶角。

师：将 $\triangle DEF$ 沿直线 l 向下平移。

【设计意图】本例的证明是三角形全等证明的基本形式，找出题中隐含的角，以及利用条件如何推理出角。通过引导学生根据题中给的条件，找出各量之间的关系，让学生初步感知几何语言解决证明过程的简洁性，并黑板上规范书写过程。

变式1 如图，点 A, F, E, B 在直线 l 上， $AE=BF$ ， $\angle CAE=\angle DBF$ ，且 $AC=BD$ 。

试说明： $\angle C=\angle D$ 。



师：引导学生此时三角形发生了位置，结论是否成立？

生：乙同学分析，教师提炼。

生：按照分析，学生上黑板完成，其他同学在导学案完成。

师：教师巡视、进行批改。

生：完成后，同桌互评。黑板两位同学交换互评。

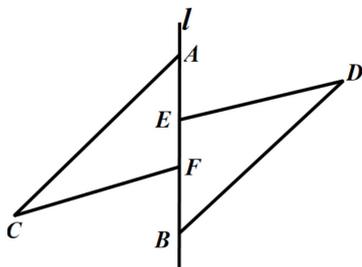
师：总结并归纳方法，线段的和与差，体现转化思想。

师：提问学生能否对这个题进行重新命题。

生：将 $\triangle DEF$ 沿 l 向上平移，使之 E 在边 AF 上。

变式2

(2019 陕西中考)如图，点 A, E, F, B 在直线 l 上， $AE=BF$ ， $AC \parallel BD$ ，且 $AC=BD$ 。试说明： $CF=DE$ 。



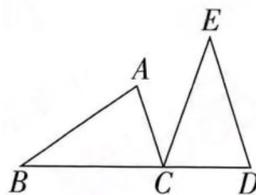
生：学生分析，教师引导。

师：教师归纳总结前两种边的转化方法。

【设计意图】在例题的基础上进行了两道变式题的设置，通过平移知识，层层递进，启发学生进一步思考，让学生再次体会两个三角形全等的基本模型，从而对后续利用全等证明三角形全等所增加的题目奠定基础。同时例题的设

置，从易到难（考虑学困生），通过变式，链接中考。让学生体会中考在本节课的考点，从而增强学生的自信心。

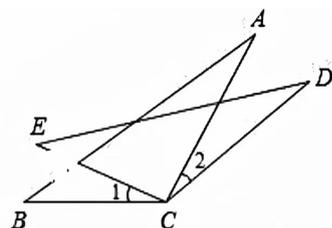
例2 已知：如图，点 C 在线段 BD 上， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中， $\angle A=\angle D$ ， $AB=DE$ ， $\angle B=\angle E$ 。求证： $AC=DC$ 。



师：请同学们找出其中的信息。

生：有两边及其它们的夹角，可以证得三角形全等。

变式 如图， $CA=CD$ ， $\angle 1=\angle 2$ ， $BC=EC$ ，求证： $\angle B=\angle E$ 。



师：与上图之处不同的是， $\triangle ECD$ 让点 C 旋转后，给出的关键信息，怎么证角相等。

生：利用给出的条件，证明这两个三角形全等。

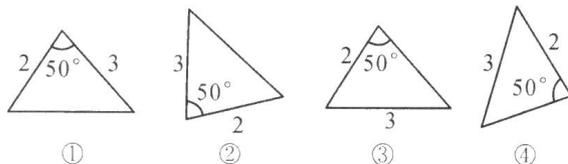
师：角怎么找，能直接用 $\angle 1=\angle 2$ 吗？

生：不能，利用角的和与差，进行证明得出 $\angle ECD=\angle ACB$ 。再利用边角边证明两三角形全等，并得出结论。

【设计意图】例1的变式进行平移，借用“SAS”证得三角形全等，例2的变式，通过旋转的知识，再利用角的和与差推导出三角形中两个角对应相等，充分的考查了学生的数学思维能力。例题的教学及变式，首先让学生独立尝试，独立思考进行分析，探索尽可能暴漏出学生的不同想法，然后互动交流，互纠、互学，并进行分组展示，找到这一类题的通性统发，对出现的类型题进行归纳，积累解决问题的相关经验与方法。

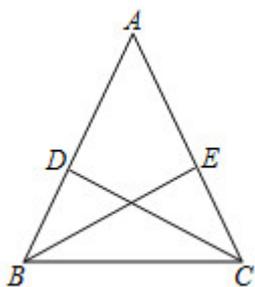
3.4 堂堂清（限时5分钟）

1. 下列三角形中全等的两个是（ ）

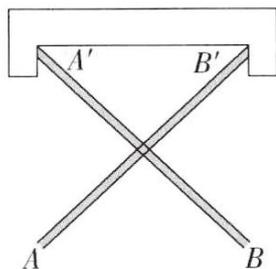


A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ①④

2. 如图，等腰 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在腰 AB, AC 上，添加一个条件，能判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 的是



3. 把两根钢条 AB 、 AB' 的中点连在一起, 可以做成一个测量工件内槽宽的工具(卡钳), 如图, 若测得 $AB = 5$ 厘米, 则工件内槽宽为多少厘米.



【设计意图】堂堂清的两个题目是有梯度与层次的, 体现了学生思维水平的提升是螺旋上升的, 根据课堂时间, 面对所有学生, 都能够掌握本节课内容, 更好的培养学生分析问题、解决问题及应用问题的能力。

3.5 课堂小结, 建立知识体系

(1) 本节课你有哪些收获: 重点是将研究问题的方法进行梳理, 对边角边的识别方法进行回顾。

(2) 本节课获取知识时, 你收获了哪些方法?

(2) 你还有哪些疑问?

3.6 作业布置

必做题: 课本习题 1-3

选做题: 解决问题

4 设计的创新处

本节课的主导思想是: 探究式学习, 通过观察、动手操作、探索类比、合作交流, 学生关注了知识的形成过程, 积累了很好的数学学习经验, 将数学中的数形结合思想, 从特殊到一般, 分类讨论渗透给学生, 使学生的思路更宽, 方法更灵活; 同时在设计例题时采用一题多变, 层层递进, 由平移到旋转让学生的思维螺旋式上升。

5 教学反思

课堂要注重引导学生探索与获取知识的过程而不只是对知识内容的认识, 从知识的探究过程中, 让学生更好的感受知识的价值, 增强学生应用的意识。

本节课倡导探究式学习, 学生自主、互动、展评、互讲, 互纠、互查的探究方式, 来此调动学生学习数学积极性, 启导思维, 提炼结论, 让每位学生在学习过程中受益; 在设计题型中, 从探究图形的判定, 再到设计问题时图形的变化, 体现了数学核心素养, 会用数学的思维思考世界, 会用数学的语言表达世界; 课堂的氛围进行了转变, 教师对学生的思维活动减少了干预, 整节课以“讨论”“探究”为出发点, 让学生发现问题的能力。

注重情境创设: 通过创设与生活实际相关的情境, 如测量池塘两端的距离、建筑施工中的三角形结构等, 引入三角形全等的判定问题, 让学生感受到数学与生活的紧密联系, 提高学生的学习积极性。

加强操作实践: 让学生亲自参与画图、测量、裁剪等操作活动, 通过实际操作来验证“边角边”判定方法, 加深学生对知识的理解和记忆。例如, 让学生画一个三角形, 使它满足两条边长分别为 3cm 和 4cm , 且它们的夹角为 60° , 然后将画好的三角形剪下来, 与其他同学的进行比较, 观察是否能够重合。

多样化的教学方法: 采用讲授法、讨论法、小组合作学习法等多种教学方法相结合, 满足不同学生的学习需求。在讲解“边角边”判定方法时, 教师可以先进行详细的讲解, 然后组织学生进行小组讨论, 让学生在讨论中加深对知识的理解; 在练习环节, 可以让学生进行小组合作, 共同完成一些较难的题目, 培养学生的合作能力和团队精神。

及时反馈与评价: 在教学过程中, 及时对学生的情况进行反馈和评价, 肯定学生的优点和进步, 指出存在的问题和不足, 并给予针对性的建议和指导。通过评价, 激励学生不断进步, 提高学习效果。

参考文献

- [1] 教育部基础教育课程教材发展中心** (2017). 《义务教育数学课程标准解读(几何部分)》北京师范大学出版社.
- [2] 刘芳 (2020). 全等三角形判定的跨学科教学案例设计, 《中小学数学(初中版)》, (6), 15-19.