

The World of Decoding Numbers: Review Assignment Design for Consistency of Integers, Decimals, and Fractions

Guihua Jian

Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan, 610000, China

Abstract

Based on the Compulsory Education Mathematics Curriculum Standards (2022 Edition), this paper focuses on the instructional stage after students have mastered the four operations of integers, decimals, and fractions. Centering on the core concept of counting units, it designs a differentiated assignment integrating these three types of numbers. Through number line representation, decomposition of computational principles, model construction, and situational tasks, the assignment guides students to understand the essence and operational logic of different forms of numbers within a unified structure, demonstrating the value of integrated assignments in promoting deep understanding while reducing learning burden and improving quality.

Keywords

Consistency between the concept and operation of numbers; Large-unit assignment design; Counting units

解码数的世界：整数 / 小数 / 分数的一致性复习作业设计

简桂华

四川师范大学，中国·四川成都 610000

摘要

在“双减”背景下，作业设计亟需从数量控制转向质量提升。针对整数、小数与分数学习中结构割裂、算理理解不足的问题，基于《义务教育数学课程标准（2022年版）》提出的“数的概念与运算一致性”理念，本文立足北师大版五年级下册分数除法学习后的教学节点，围绕计数单位这一核心概念，设计了一份整合三类数的分层作业。作业通过数轴表示、算理分解、模型建构与情境任务，引导学生从统一结构理解不同形式数的本质及运算逻辑，体现整合作业在促进深度理解与减负提质方面的教学价值。

关键词

数的概念与运算一致性；大单元作业设计；计数单位

1 作业设计概述

在“双减”背景下，作业设计亟需从数量控制转向质量提升。基于《义务教育数学课程标准（2022年版）》提出的“运算的一致性”理念，针对整数、小数与分数学习中结构割裂、算理理解不足的问题，进行数与代数领域的数与运算的一致性相关内容的大单元作业设计。本设计以“数与运算的一致性”为大概念，是分数除法后的整合提升任务。

2 内容分析

本作业设计依据北师大版五下教材，学生学习分数除法后。

2.1 知识定位

从教材结构上看，数的认识与数的运算可以分为三个部分，依次涉及整数、小数、分数。整数的认识与其运算是后两个部分的基础；小数的认识与运算是前者的自然延伸，这两个部分在五年级下册之前的教材中均已安排；而分数的

意义、分数的相关计算则是在前两者的基础上进行学习的。

五年级下册学生完成分数的加减法、乘法的学习之后，教材并没有设置独立的“数的一致性”或“数的运算的统一性”单元。但从数学知识逻辑与学生认知发展规律上看，此时是帮助学生建立数的整体观与运算的统一性的合理时机与关键时期。因此，本次以“数的概念与数的运算的一致性”为主题的作业正处于对整数、小数、分数进行“再认识 - 整合 - 提升”的关键位置。

2.2 核心内容：“一致性”逻辑链

纵观教材，整数小数分数本质上都可以看成计数单位与其个数组成，不同数的表达形式来源于“计数单位”的不同选择；同一数量可以选择不同计数单位进行不同表达；整数小数分数都可以放在同一数轴、同一情景理解。对数的认识应该从“表层形式差异”走向“本质结构”一致。

另外，完成整数、小数、分数四则运算的学习后，可以从本质上认识到他们算法虽然不同但是基本逻辑一致：都是计数单位与计数单位的运算，计数单位数量与计数单位数

量的运算,例如分数乘法: $34 \times 57 = (14 \times 3) \times (17 \times 5) = (14 \times 17) \times (3 \times 5) = 128 \times 15 = 1528$,就是计数单位与计数单位计算得到新计数单位,计数单位的数量与计数单位的数量计算得到新计数单位的数量。

3 学情分析

3.1 认知发展特点

本次作业设计的对象是小学高段的学生,他们的认知发展状态正从具体运算阶段向形式运算阶段过渡,具有一定的抽象意识与充足的数学活动经验。

3.2 知识基础

这一作业设计在学生学习了分数除法之后,这一阶段的学生已经完成了小学阶段所有的关于数的认识与运算的相关学习,具备基本的计算能力,能够正确进行整数、小数、分数的四则运算;对相关算法比较熟练,对算理有一定程度的理解,对计数单位已经有初步认识。

3.3 学习需求

但是学生在数的更深层的理解上仍存在问题。对数的概念的“整体性”“一致性”认识不足,多数学生把整数、小数、分数放在三套体系中。在数的运算中,对运算的“统一性”没有把握,在数的认识与运算中不能主动联系到计数单位,同学们更关注“步骤”,忽略了“算理”。学生缺乏从数量意义出发选择数的表示形式的意识,如部分学生由于计算步骤与方法的熟悉性,在面对分数计算时,会将其都转化成小数计算;同时,学生也缺乏根据单位的大小、情景需要选择更方便的数的形式进行表示的数学判断力。

4 作业设计目标

通过练习,学生加深对计数单位的理解,能用计数单位解释整数、小数、分数,感悟从计数单位出发而达到的数的一致性,利用数形结合发展数感。

通过练习,感悟数的运算都是“计数单位与计数单位的计算,计数单位数量与计数单位数量进行计算”,把握运算的统一性,进一步发展运算能力,并促进推理意识的发展。

在开放、有选择的任务中体验数学活动,发展表达、交流与探究能力,提高数学学习的兴趣。

5 作业内容

5.1 基础性作业

1.算一算,画一画。请把得数大于5的算式序号勾出来,并在尺子上标出这些得数的位置。

① $5 \div \frac{4}{5}$, ② $5 \div \frac{3}{2}$, ③ $5 \div 1$, ④ $5 \div 0.8$, ⑤ $5 \div 1.6$, ⑥ $5 \div \frac{1}{2}$, ⑦ $5 \div 0.4$



你发现:一个数除以小于1的数,商_____原数;除以等于1的数,商_____原数;除以大于1的数,商_____原数。如果是乘法呢?

【第1题(目标1):以“同一被除数、不同除数”的算式为素材,引导学生在熟悉计算中观察、比较并归纳除法规律;借助尺子标数的直观表征,让学生感知不同数可在同

一量尺下衡量,体验整数、小数、分数本质一致。通过填空总结,实现由具体到一般的结构提升。】

2.填一填

① $66 + 2.5 =$

$$\begin{array}{r} 66.0 \\ + 2.5 \\ \hline 68.5 \end{array}$$

观察竖式①可以这样思考:
6个十+0个十=6个十;
6个十+2个十=8个十;
0个十+5个十=5个十。
因此, $66+2.5=$ _____。
思考:66由两个6组成,数字相同,但意义_____,66的计数单位是_____,2.5的计数单位是_____,计数单位_____(相同/不同)。因此,计算时需要小数点对齐,位数不足时末尾补0,其实是在转化或统一_____。


② $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$

$\frac{1}{2}$ 与 $\frac{3}{4}$ 也不能直接进行加减计算,而是要将 $\frac{1}{2}$ 通分成_____,表示_____个_____,再与一个 $\frac{3}{4}$ 相加,因此 $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$ _____。将 $\frac{1}{2}$ 与 $\frac{3}{4}$ 通分,其实也是在转化或统一_____。这里的计算与小数加减法一样,都涉及了_____的变化。

③ $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} =$

$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = (\frac{3}{4} \times 3) \times (\frac{5}{7} \times 5) = (\frac{9}{4} \times \frac{5}{7}) = (\frac{9}{4} \times 5) = \frac{45}{28} = \frac{15}{28}$

这里的 $\frac{3}{4}$ 是_____的_____, $\frac{5}{7}$ 是_____的_____; $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ 表示它们相乘时合成了新的_____; $3 \times 5 = 15$ 代表了有_____个 $\frac{1}{28}$,即_____的个数,两部分的计算合起来便得到了最后得数。



【第2题(目标2):由三项填空任务引导学生经历运算过程、解释算理,突出“计数单位统一”贯穿整数、小数、分数的加减乘除。①整数/小数加法与竖式对应,体会本质是计数单位对齐后,分别计算各计数单位的数量并合并;②通分的意义是把分数的计数单位统一;③分数乘法的分解过程呈现两层结构:计数单位×计数单位=新单位,数量×数量=新单位的数量。基础题重在感悟结构所蕴含的算理,不要求学生明确表述结论。考虑“少而精、提质减负”,未专门设计减法与除法(它们分别是加法、乘法的逆运算,可相互转化)】

3.请计算下列题目,并说明计算式要注意那些地方?

$$\frac{7}{4} + 12.25 = \quad \frac{4}{5} - \frac{1}{8} = \quad \frac{11}{7} \times \frac{1}{8} =$$

$$2.125 \times 8 = \quad 2.4 \div \frac{3}{5} = \quad \frac{5}{6} \div \frac{6}{5} =$$

【第3题(目标123):在算理理解基础上进行计算巩固,强化数的一致性与运算统一性;通过“说注意点”,使学生回到计数单位处理这一核心逻辑,发展数学语言。】

4.学校即将召开秋季运动会,五(二)班的同学积极参与到运动会的筹备工作中,现需要代表学校进行物资采买,具体如下:

(1)学校需要18箱矿泉水,每箱12瓶,请问一共需要多少钱?



矿泉水零售价每瓶2元;购买超过120瓶,按批发价每瓶1.2元处理。

(2)同学们还需购买布置场地的彩灯带,蓝色灯带长度为 $3\frac{1}{5}$ 米,是红色灯带的 $\frac{4}{5}$,黄色灯带比红色灯带长0.75米,请问红色灯带与黄色灯带分别多少米?

【第4题(目标12):以生活情境呈现三类数的综合运用,突出单位与数量关系及表示形式转换,体会“表达不同,本质一致”,促进理解向实际应用迁移。】

本作业考虑分层设计,此部分为基础部分。围绕“整

数小数、分数处于同一体系”“运算的共同本质是计数单位的统一”整体设计,四题递进关联。核心素养指向:四题以“数的统一性”为主线,经历直观表征、算理建构与情境应用,促进整体数概念形成,发展数感、运算能力、推理意识与应用意识,实现核心素养的协同提升。

5.2 发展性作业

1.如今我们已经学完了有关整数、小数、分数的概念与运算知识,五年级二班的对于数的意义与运算进行了总结梳理,并以此展开了热烈讨论,让我们一起来看看吧!

(1) 笑笑做了相关的梳理,请读一读,填一填。

③3.75-2=

方法一:

$$\begin{array}{r} 3.75 \\ - 2.00 \\ \hline 1.75 \end{array}$$

可以这样思考,
3个一-2个一=1个一;
7个十分之一-0个十分之一=7个十分之一;
5个百分之一-0个百分之一=5个百分之一。
因此,3.75-2=1.75。

方法二:
3.75有375个0.01,2代表了2个1;75个0.01与2个1相减,结果不等于373个0.01,也不等于373个1。
可以这样想:3.75有375个0.01,根据竖式,我发现2可以写成2.00,代表2个一。
因此375个0.01-2个一=175个0.01。
即3.75-2.00=1.75。

结论:计算小数加法时,竖式中小数点对齐,位数不足时末尾添0,其实是在转化或统一。

② $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}$ 与 $\frac{3}{4}$ 也不能直接进行加减计算,而是要将 $\frac{1}{2}$ 通分成 $\frac{2}{4}$,表示2个 $\frac{1}{4}$,再与 $\frac{3}{4}$ 相加,最后答案为 $\frac{5}{4}$ 。将 $\frac{1}{2}$ 与 $\frac{3}{4}$ 通分,其实也是在转化或统一。

结论:这里的计算与小数加减法一样,都涉及了分数的变化。



(2) 小张看了两位的作业之后,将两位同学的内容拓展到了乘法,发现整数、小数、分数的计算有共同的相似之处,请填一填,并说一说小张发现了什么?

③ $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = (\frac{3}{4} \times 3) \times (\frac{5}{7} \times 5) = (\frac{9}{4} \times \frac{5}{7}) = \frac{9}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{9 \times 5}{4 \times 7} = \frac{45}{28}$$

这里的 $\frac{3}{4}$ 是 $\frac{3}{4}$ 的 $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$ 是 $\frac{5}{7}$ 的 $\frac{5}{7}$; $\frac{1}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$ 表示它们相乘时合成了新的 $\frac{1}{28}$; $3 \times 5 = 15$ 代表了有15个 $\frac{1}{28}$,即 $\frac{15}{28}$ 的个数,两部分计算合起来便得到了最后得数。

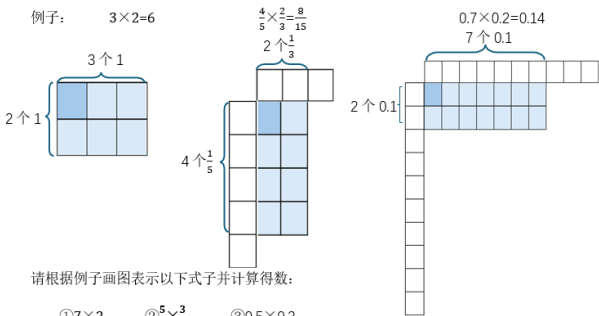
结论:我发现 $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ **(言之有理即可)。**

综合以上所有信息,你发现了什么?

【1题(目标12):内容与基础型第2题基本一致,但增加“结论”环节。通过“分解—填空—归纳”,引导学生在不同运算中主动觉察共同结构特征,在巩固运算能力的同时发展推理意识,推动认知向形式运算阶段过渡。】

2.看一看,画一画,想一想

例子: $3 \times 2 = 6$



请根据例子画图表示以下式子并计算得数:

- ① 7×2 ② $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ ③ 0.5×0.3

【2题(目标2):针对乘除法抽象性强、理解难度大的特点,以乘法为例,借助可视化模型帮助学生直观理解:①计数单位×计数单位=新计数单位②数量×数量=新计数单位的数量③每个数都可表示为“计数单位×数量”。三个示例覆盖整数小数分数,模型将两因数都呈现为“单

位块”组合,使学生看到不同形式的数可用同一结构表示,计算时更关注“乘的是什么单位”“结果单位如何形成”。本题由面积模型改编,用图形变化促进结构具体化。若未安排专项讲解,不要求学生深入说明“深蓝色方块代表新计数单位”。】

3.榫卯是中国传统建筑的精髓,用“凸榫入凹卯”方式让构件严丝合缝、经久牢固。非遗

工坊在复刻明清古建筑时,需要制作一批标准榫卯构件。(明清时,鲁班尺1尺≈32厘米)

(1) 榫头要占梁长的一部分,才能咬合牢固。一根用于主梁的木材长37尺半鲁班尺。

先截取全长的 $\frac{1}{3}$ 制作作核心榫头,再把剩余部分平均分成4段作为辅材。每段辅材多少米?

(2) 制作榫眼时,需要在木板上开凿一个长方体凹槽。凹槽长5.6厘米、宽3厘米,体积需要达到25.2立方厘米。这个凹槽的深度是多少厘米?

【3题(目标2):以传统建筑“榫卯结构”为情境,融合数学文化与运算任务。任务一通过“鲁班尺一厘米”转换,类比计数单位转化,体会单位变但长度不变,并在分段与平均分配中理解“单位不变、数量变”的结构;任务二通过体积与长方体深度求解设计混合运算,提升运算能力。整体要求在真实情境中处理整数、分数等关系,实现高水平综合迁移。】

4. (★趣味探索/选做) 发明一个属于你的“计数单位”吧!

选择生活中任意可重复的小物件(橡皮、回形针、瓶盖、小积木、1/4铅笔笔……),把它当作你的“计数单位”。任务要求如下:

- ①设计一个你的计数单位。如“1个瓶盖高=1单位”“半支铅笔长=1单位”。
- ②测量2-3样物品(桌面宽、书的厚度、杯子高度……)
- ③写成:物体的量=数量×我的单位



写一句你的数学发现(任选角度):

单位变小了,数量会怎样?为什么不同单位测出的数量不一样,但量却相同?我的单位和常用单位(厘米/米)之间有什么关系?.....

【4题:目标3。以“自创计数单位”为主线,让学生设计单位、测量物体、记录数据并进行单位转换,亲身体验“单位变、数量变;量不变”的一致性逻辑,深化整数、小数、分数统一结构理解。任务开放、可选择完成,促进表达交流与探究,提升兴趣与数学实践能力。】

本作业是在基础题之上进一步强化“数的一致性、运算的统一性”的发展性作业,并提升推理与迁移能力。以上通过结构归纳、模型理解与文化情境迁移,学生进一步发展数感与运算能力,强化推理意识与模型意识,并在实践探究与表达交流中提升应用意识与数学表达能力。

6 结语

在这份作业设计的过程中,也引发了我对数的结构与数量之间的关系思考:数由计数单位与计数单位的数量构成;数的运算本质是对计数单位及其数量的处理。加减法需要统一计数单位再计算其数量,乘法除法涉及计数单位的缩放及其新单位的数量。并且,计数单位×计数单位的数量“总量=单位×数量”这一模型有异曲同工之妙,它为整体性教学提供新的方向,但具体理论内容还需进一步探讨与深化的空间。另外,使用本作业设计时若与相关数的一致性的大单元教学设计配合,效果更佳。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准:2022年版[M].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [2] 巩子坤,史宁中,张丹.义务教育数学课程标准修订的新视角:数的概念与运算的一致性[J].课程.教材.教法,2022,42(06):45-51+56.DOI:10.19877/j.cnki.kcjcjf.2022.06.001.
- [3] 张丹,巩子坤.记数制:讲好中国与世界的文化故事[J].小学数学教师,2022,(02):80-87.
- [4] 赵莉,吴正宪,史宁中.小学数学教学数的认识与运算一致性的研究与实践——以“数与运算”总复习为例[J].课程.教材.教法,2022,42(08):122-129.DOI:10.19877/j.cnki.kcjcjf.2022.08.022.
- [5] 马云鹏.小学数学教学中核心素养的培养——以吴正宪老师“小数除法”教学为例[J].小学数学教育,2016,(21):3-5.